

Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Servizio Nazionale di Valutazione a.s. 2012/13 Guida alla lettura Prova di Matematica Classe seconda – Scuola secondaria di II grado

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente

Ambito	Numero di domande	Numero di Item ¹
Numeri	10	14
Spazio figure	10	12
Dati e previsioni	7	13
Relazioni e funzioni	5	11
Totale	32	50

_

¹ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti e processi

Processi/Ambiti		Spazio e figure	Dati e previsioni	Relazioni e funzioni	TOTALE
1. Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture)	D19	D21	D12b		3
2. Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico, algebrico, statistico e probabilistico)	D22-D24a- D25	D15a- D15b	D11a-D12a	D3b-D7a- D7b-D8b- D8c-D26b	13
3. Conoscere e utilizzare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica,</i>)			D31	D3a-D8a- D8d-D26a	5
4. Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico – (individuare e collegare le informazioni utili, individuare e utilizzare procedure risolutive, confrontare strategie di soluzione, descrivere e rappresentare il procedimento risolutivo,)	D2-D18-D30	D13a- D17-D27- D29	D14		8
5. Riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni, utilizzare strumenti di misura, misurare grandezze, stimare misure di grandezze (<i>individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto</i> ,)	D6 - D9	D13b	D28		4
6. Utilizzare forme tipiche del ragionamento matematico (congetturare, argomentare, verificare, definire, generalizzare, dimostrare)	D16a-D16b- D16c-D16d- D24b	D5			6
7. Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni)			D4a-D4b- D4c-D4d- D11b- D20a-D20b		7
8. Riconoscere le forme nello spazio e utilizzarle per la risoluzione di problemi geometrici o di modellizzazione (riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni,).		D1-D10- D32		D23	4
TOTALE	14	12	13	11	50



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Di seguito viene proposta un'analisi dei quesiti utilizzando una tabella a tre colonne in cui vengono rispettivamente indicati:

- nella prima il testo del quesito; la numerazione dei quesiti fa riferimento alla versione dei fascicoli che riporta in prima pagina "Fascicolo 1";
- nella seconda le caratteristiche facendo riferimento al *Quadro di riferimento* delle prove SNV pubblicato sul sito INVALSI, alle Indicazioni Nazionali e alle Linee Guida:
- nella terza una descrizione e un commento didattico; i possibili errori segnalati sono stati rilevati in sede di pretest ma ovviamente non hanno alcuna pretesa di costituire una lista completa degli errori possibili e delle loro motivazioni.

È importante sottolineare che le caratteristiche proposte sono solo indicative e non devono rappresentare un vincolo per l'interpretazione del risultato: in matematica ogni domanda coinvolge spesso diversi ambiti, e la risposta richiede processi di diversa natura. Seguendo la prassi internazionale, si indicano l'ambito e il processo *prevalenti*, tenendo presente che spesso la scelta di un particolare distrattore può indicare difficoltà o lacune in altri ambiti o in altri processi.

Di seguito viene riportato un estratto dal rapporto SNV-PN 2013 pag.40, esplicativo della classificazione per macroporcessi introdotta quest'anno a titolo sperimentale.

"Per le rilevazioni dell'anno 2012-23 le domande sono state costruite anche con una specifica attenzione alla fase del ciclo della *matematizzazione* che viene più specificatamente coinvolta. Ogni domanda ha quindi un'ulteriore etichettatura, trasversale ai processi tradizionalmente usati per costruire le prove, che permetterà agli insegnanti di avere un nuovo importante "taglio di lettura" dei propri risultati, coerente con gli obiettivi fondamentali delineati dalle indicazioni di legge.

Nel Formulare (F), ad esempio, sono aggregati i risultati di tutte quelle domande in cui all'allievo è richiesto di descrivere con uno strumento matematico (un'equazione, una operazione, una tabella, un grafico, un diagramma...) un problema o una situazione.

Nell'*Utilizzare* (U) sono aggregati i risultati delle domande in cui il processo richiesto all'allievo è *interno alla matematica* (trovare il risultato di una operazione, risolvere un'equazione,...).

Nell'Interpretare (I) infine sono aggregati i risultati delle domande in cui l'allievo deve leggere e interpretare i risultati delle procedure matematiche implementate o descritte, nel particolare contesto di un problema."

I risultati sono riportati suddivisi per tipologia di Istituti che è riportata nella prima colonna delle tabelle. G = generale complessiva di tutte le tipologie, L = Licei, T = tecnici, P = Professionali



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

GUIDA ALLA LETTURA

	Domanda			Caratt	teristi	che			Descrizione e commento		
D1.	Osserva la seguente fotografia:	AMI	BITO PI	REVALE	ENTE				Risposta corretta: A		
	AMBULANZA	Spazio e figure SCOPO DELLA DOMANDA Riconoscere una simmetria in un contesto reale. PROCESSO PREVALENTE							Commento Gli studenti possono arrivare all'individuazione della risposta corretta ragionando per analogia o, in modo più strettamente legato alle conoscenze teoriche,		
	Gli automobilisti che precedono l'autoambulanza vedono riflessa nello specchietto retrovisore la scritta:	Rico per l	noscere a risoluz	le forme zione di p	nello s	spazio			utilizzando le leggi di riflessione della luce e, in particolare, quella		
	AMBULANZA	mode	ellizzazio	one.					di "reciprocità dei cammini		
	Se la parola "AMBULANZA" fosse scritta normalmente sulle autoambulanze, in quale dei seguenti modi gli automobilisti la vedrebbero riflessa nello specchietto retrovisore?	Indicazioni Nazionali e Linee Guida							ottici".		
	AMBULANZA	Le principali trasformazioni geometriche e i									
	B. AMBULANZA	loro invarianti. RISULTATI DEL CAMPIONE									
	c. AMBULANZA		Item	Manc.	Opzi						
	- HANKINGUW			Risp.	A	В	С	D			
	D. L. WZNV II IBWV	G	D1	1,4	76,9	10,5	5,0	6,2			
		L	D1	1,7	81,7	7,5	4,2	4,9			
		T	D1	1,0	77,4	10,7	4,8	6,1			
		P	D1	1,2	67,7	15,9	6,5	8,7			
		Macro processo: Interpretare									



	Domanda	Caratteristiche							Descrizione e commento
D2.	La stampante laser L in un minuto stampa il triplo delle pagine della stampante deskjet D. Quando L e D lavorano contemporaneamente stampano in tutto 24 pagine al minuto.	AMBITO PREVALENTE Numeri						Risposta corretta: C	
	Se D viene sostituita con una stampante laser identica a L, quante pagine potranno essere stampate complessivamente in un minuto?								Commento
	A.			E LLA D(in ragion			porzio	nale per	Si tratta di un classico esercizio di applicazione delle leggi di
	В. 🗌 30			problema			1	1	proporzionalità diretta, che gli studenti affrontano già nella
	C. 🗆 36	PRO	OCESS	O PREV	ALEN	NTE			scuola secondaria di primo grado.
	D. 48	Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, geometrico, algebrico.							
		Ope	razioni	Naziona con i ni roporzion	ımeri	interi	e ro	azionali.	
		RIS	SULTA	TI DEL	CAM	PION	E		
			Item	Manc.	Opz				
				Risp.	A	В	C	D	
				3,2	5,8	4,1	59,8	27,2	
		T	D2 D2	3,3 2,9	4,0 5,5	3,2 4,1	69,2 61,2	20,4	
		P	D2	3,5	9,3	5,6	40,8	- /	
		Macro processo: Formulare							



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

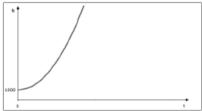
Domanda

Una popolazione batterica aumenta nel tempo con un tasso di crescita costante (cioè la variazione percentuale del numero di batteri tra un qualunque giorno e il giorno precedente è costante).

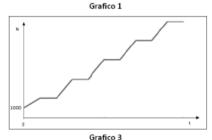
La seguente tabella riporta il numero \emph{N} di milioni di batteri della popolazione al trascorrere dei giorni:

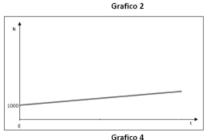
numero di giorni trascorsi	0	1	2	3	4	5	
numero N di batteri (in milioni)	1000	1100	1210	1331			

a. Quale fra i seguenti grafici può rappresentare l'andamento del numero N di batteri al variare del tempo t, in almeno 20 giorni?









A.

Il grafico 1

- B.

 Il grafico 2
- . 🗌 II grafico 3
- D. Il grafico 4
- b. Quanti milioni di batteri ci saranno il quinto giorno?

Risposta: milioni di batteri

Caratteristiche AMBITO PREVALENTE

- a. Relazioni e funzioni
- **b**. Relazioni e funzioni

SCOPO DELLA DOMANDA

- **a**. Collegare l'andamento di un grafico ai dati di una tabella (passaggio di registri di rappresentazione).
- **b.** Calcolare il valore di una funzione per iterazione.

PROCESSO PREVALENTE

- **a**. Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra.
- **b**. Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure.

Indicazioni Nazionali e Linee Guida

Rappresentazione delle funzioni (numerica, grafica, funzionale..).

Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche.

RISULTATI DEL CAMPIONE

	Ite	Manc.Ris	Opzioni							
	m	p.	A	В	C	D				
G	D3_		30,		19,	34,				
	a	6,4	7	9,5	4	0				
L	D3_		33,		15,	37,				
	a	5,6	9	8,1	3	1				
T	D3_		30, 3		18,	35, 8				
	a	5,8	3	9,5	6					
P	D3_		25,	12,	28,	25,				
	a	8,5	6	1	1	7				

Descrizione e commento

Risposta corretta:

a. A

b. 1611

oppure 1610

oppure un qualunque numero con la virgola compreso tra 1610 e 1611 milioni di batteri

Commento

Il primo item richiede competenze di conversione dal registro di rappresentazione numerica al registro di rappresentazione grafica. Gli studenti, infatti, dovrebbero riconoscere l'informazione "la popolazione cresce con tasso costante" (fornita sia all'inizio del testo della domanda, sia nella tabella) si registro traduce. nel rappresentazione grafica, in un grafico crescente con la concavità rivolta verso l'alto. Non è necessario riconoscere, rispondere all'item a, che si tratta di una crescita esponenziale, ma solo che la successione "cresce sempre più".

La precisazione "in almeno 20 giorni" serve a evitare che gli studenti possano scegliere il grafico 4 pensando alla rappresentazione dell'andamento



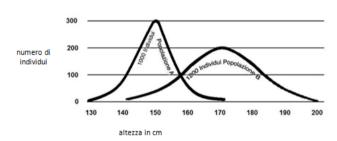
Domanda			Corottor	istich s	Degavizione e commente	
Domanda	3.4	Caratteristiche Macro processo: Formulare				Descrizione e commento
	Mac					esponenziale in un intorno vicino
				all'istante iniziale ($t = 0$).		
						Gli studenti possono utilizzare
		T4	M	E4-	G44	diverse strategie per rispondere
		Item	Mancata risposta	Errata	Corretta	all'item b.
	G	D2 1	_	50.4	12.0	Rimanendo all'interno del registro
		D3_b	27,8	58,4	13,9	numerico possono prima calcolare
	L	D3_b	23,5	57,0	19,5	la variazione percentuale (10%) e
	T	D3_b	26,9	60,8	12,3	poi utilizzarla per calcolare, successivamente, il numero di
	P	D3_b	36,9	57,3	5,8	
	Mad	ro proc	esso: Utiliz	zare		batteri presenti al quarto e al quinto giorno. L'arrotondamento
						corretto porterebbe a 1610,51
						milioni di batteri, ma, come sopra
						precisato, si può accettare come
						risposta esatta qualunque numero
						con la virgola compreso tra 1610
						e 1611 milioni di batteri.
						Un'altra possibilità è quella di
						calcolare i numeri indice a base
						mobile, cioè il rapporto (costante
						e uguale a 1,1) tra il numero d
						batteri presenti in un qualunque
						giorno e quello dei batteri present
						il giorno precedente. A questo
						punto gli studenti possono
						calcolare, successivamente, il
						numero di batteri presenti al
						quarto e al quinto giorno.
						Un'altra possibilità è quella di
						determinare la legge che esprime
						l'evoluzione della popolazione
						$N(t) = 1000 \cdot 1, 1^{t}$ e calcolare $N(5)$.



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

D4. Nel seguente grafico sono riportate le distribuzioni delle altezze di 1000 individui di una popolazione A e di 1200 individui di una popolazione B.

Domanda



Sulla base delle informazioni fornite dal grafico, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

		V	F
a.	Gli individui della popolazione A sono mediamente più alti degli individui della popolazione B		
b.	Ogni individuo della popolazione A è più alto di ogni individuo della popolazione B		
c.	Più della metà degli individui della popolazione A ha un'altezza minore di 155 cm		
d.	Gli individui più alti della popolazione B sono più bassi degli individui più alti della popolazione A		

Caratteristiche AMBITO PREVALENTE

Dati e previsioni

SCOPO DELLA DOMANDA

Sapere ricavare informazioni da una distribuzione di frequenze (in forma grafica).

PROCESSO PREVALENTE

Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale.

Indicazioni Nazionali e Linee Guida

Rappresentazione e analisi di dati, semplici inferenze. Valori medi e misure di variabilità. Dati, loro organizzazione e rappresentazione. Distribuzioni di frequenze a seconda del tipo di carattere e principali rappresentazioni grafiche. Valori medi e misure di variabilità.

RISULTATI DEL CAMPIONE

	Item	Mancata	OPZIONI						
	Hein	risposta	SI	NO					
G	D4_a	2,2	36,1	61,7					
G	D4_b	2,0	13,9	84,1					
G	D4_c	2,1	68,6	29,3					
G	D4_d	1,6	41,1	57,2					
L	D4_a	2,4	29,7	67,9					
L	D4_b	2,1	8,5	89,4					
L	D4_c	2,1	74,2	23,6					
L	D4_d	1,6	34,6	63,8					

Descrizione e commento

Risposta corretta:

a. F

b. F

c. V

d. F

Commento

Gli studenti che rispondono vero agli item a, b e d dimostrano mancanza di competenze (o almeno poca attenzione) nella lettura di un grafico di distribuzione di frequenze. In particolare, è possibile che non prestino attenzione al fatto che le ordinate rappresentano frequenze (numero di individui che hanno una certa altezza) e non altezze, che invece vengono rappresentate sull'asse orizzontale.

Per rispondere correttamente all'item c è sufficiente possedere competenze di base nella lettura di una distribuzione di frequenze. In particolare può aiutare, anche se non è strettamente necessario, possedere il significato del concetto di mediana di una distribuzione.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
	T D4_a 1,7 34,7 63,6	
	T D4_b 1,5 13,1 85,4	
	T D4_c 1,6 70,4 28,0	
	T D4_d 1,2 40,7 58,1	
	P D4_a 2,4 49,7 47,9	
	P D4_b 2,4 24,9 72,7	
	P D4_c 2,7 56,0 41,4	
	P D4_d 2,3 53,7 44,0	
	Macro processo: Interpretare	
D5. Hè il punto medio del lato AB del triangolo ABC.	AMBITO PREVALENTE	Risposta corretta:
, c	Spazio e figure	A
I triangoli AHC e HBC hanno la stessa area perché A. la distanza di C da AB è la stessa nei due triangoli e AH = HB B. la mediana CH divide il triangolo in due triangoli congruenti C. hanno come altezza comune CH e le relative basi sono della stessa lunghezza D. i triangoli CHA e CHB sono tutti e due triangoli isosceli	SCOPO DELLA DOMANDA Riconoscere, tra diverse argomentazioni, quella corretta. PROCESSO PREVALENTE Utilizzare forme tipiche del ragionamento matematico. Indicazioni Nazionali e Linee Guida Fondamenti della geometria euclidea del piano. Conoscere e usare misure di grandezze geometriche: perimetro, area e volume delle principali figure geometriche del piano e dello spazio. RISULTATI DEL CAMPIONE Item Manc. Opzioni Risp. A B C D G D5 4,0 22,7 18,8 46,4 8,1	Commento Per rispondere correttamente è sufficiente che gli studenti conoscano la formula per il calcolo dell'area di un triangolo e sappiano identificare la misura dell'altezza relativa a una base come la distanza tra il vertice da cui è condotta l'altezza e il lato opposto a tale vertice. Il distrattore C può essere molto attrattivo per studenti che leggono con poca attenzione: lo studente, infatti, deve riconoscere che CH non è in generale altezza, ma mediana e quindi concludere che l'affermazione contenuta nell'opzione C è falsa.



Domanda	Caratteristiche Descrizione e commento
	L D5 4,0 29,2 16,3 44,8 5,7
	T D5 3,7 18,3 20,7 49,3 8,0
	P D5 4,6 17,1 20,7 45,0 12,6
	Macro processo: Utilizzare
D6. Un atomo di idrogeno contiene un protone la cui massa m _p è all'incirca 2·10 ⁻²⁷ kg, e un	AMBITO PREVALENTE Numeri Risposta corretta: A
elettrone la cui massa m _e è all'incirca 9·10 ⁻³¹ kg. Quale tra i seguenti valori approssima meglio la massa totale dell'atomo di idrogeno	_
(cioè m _p +m _e)?	SCOPO DELLA DOMANDA Commente
A. \square 2·10 ⁻²⁷ kg	Effettuare una stima in base agli ordini di grandezza dei numeri.
·	sufficiente che gli studen
B.	PROCESSO PREVALENTE sappiano determinare l'ordine de grandezza di una misura. Il
C.	Riconoscere in contesti diversi il carattere grandezza di una misura. L misurabile di oggetti e fenomeni, utilizzare opzioni B, C e D posson
D. 18·10 ⁻⁵⁸ kg	strumenti di misura, misurare grandezze, immediatamente essere scartate
5	stimare misure di grandezze. perché l'ordine di grandezza dell
	Indicazioni Nazionali e Linee Guida somma di due masse non pu
	Operazioni con numeri interi e razionali e essere minore dell'ordine d
	valutare l'ordine di grandezza dei risultati.
	Calcolare semplici espressioni con potenze. Utilizzare correttamente il concetto di possibile è l'opzione A.
	Maturalmente la conceilo di Naturalmente la notanza di dia
	con esponente negativo posson
	RISULTATI DEL CAMPIONE giocare un ruolo non indifferent
	Item Manc. Opzioni nell'aumentare il livello difficoltà della domanda
	G D6 6,1 18,0 9,4 33,3 33,3 difficoltà della domanda.
	L D6 6,5 21,3 9,3 32,1 30,8
	T D6 4,5 18,1 8,8 34,4 34,2
	P D6 7,5 11,8 10,4 33,8 36,5
	Macro processo: Interpretare

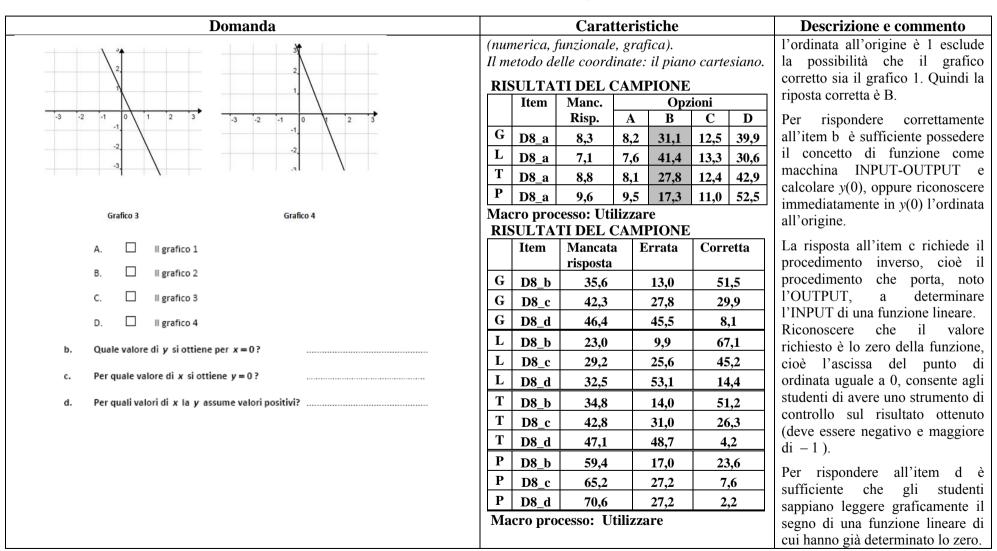


				Domanda	Caratteristiche					Descrizione e commento				
D7.	Cons	idera ı	ın quad	rato di lato a.	AM	BITO I	PREVAL					Risposta corretta:		
	a.			nta il lato a del 20%, si ottiene un nuovo quadrato di lato b. Quale delle	Relazioni e funzioni							a. B		
		segu	ienti es	pressioni rappresenta la misura di b?							b. C			
		Α.		20 a			ELLA DO					Commento		
		В.		1,20 a			e un'esp		e che	esprin	ne una	L'item a ha l'obiettivo di testare		
					vari	variazione percentuale.					se gli studenti sono in grado di			
		C.		a + 20	-						calcolare un aumento percentuale.			
		D.		a + 0,20			O PREV			1	., .	Gli studenti che sono in grado di		
							onoscere	e util	ızzare	algor	itmi e	utilizzare un modello		
	b.			numenta in percentuale l'area del quadrato di lato b rispetto all'area o di lato a?	proc	cedure.						moltiplicativo (aumentare del		
			_		Ind	icazioni	Naziona	li a I iı	100 Cu	ida		20% equivale a moltiplicare per		
		Α.		Del 20%			i e la				azione	1,2) sono sicuramente		
		В.		Del40%		U	u e ia funzionale			reseni	azione	avvantaggiati per trovare velocemente la risposta corretta. Il		
		C.		Del44%			percentua		cu j.					
					1	r - · · · r						passaggio dal modello additivo a		
		D.		Del 120%	RI	SULTA	TI DEL	CAMP	IONE			quello moltiplicativo nei problemi di variazioni di percentuali		
						Item	Manc.		Opz	ioni		di variazioni di percentuali potrebbe rientrare in quelle azioni		
							Risp.	A	В	C	D	di "manutenzione",		
					G	D7_a	4,7	10,7	19,8	18,8	46,0	consolidamento e		
					L	D7_a	4,4	6,8	24,3	13,2	51,2	approfondimento degli argomenti		
					T	D7_a	4,2	11,6	18,6	18,3	47,3	affrontati nel primo ciclo, che		
					P	D7 a	5,8	16,4	13,2	29,9	34,8	caratterizzano una didattica		
					Ma	cro pro	cesso: F		are			attenta alla gestione degli		
					RIS	SULTA	TI DEL	CAMP	IONE			opportuni elementi di continuità e		
					Item Manc. Opzioni				dei necessari elementi di					
							Risp.	A	В	C	D	discontinuità con i cicli scolastici		
					G	D7_b	6,1	35,6	37,5	14,9	5,9	precedenti.		
					L	D7_b	6,7	29,2	39,8	19,1	5,3	L'item b presenta un livello di		
					T	D7_b	5,4	37,8	36,7	14,0	6,1	difficoltà più elevato. È		
					P	D7 b	6,3	44,1	34,5	8,4	6,6	necessario che gli studenti		
					Ma		cesso: U					sappiano valutare come si		



D	omanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
			ripercuote l'incremento percentuale di una misura lineare sul quadrato di quella misura. Naturalmente, se hanno risposto correttamente all'item a, possono anche determinare l'area del quadrato di lato 1, poi l'area del quadrato di lato 1,2 e, infine, notare che l'area passa da 1 a 1,44
D8. Considera la funzione definita da: y =3x +1. a. Quale dei seguenti grafici può rappres		AMBITO PREVALENTE Relazioni e funzioni SCOPO DELLA DOMANDA a. Identificare pendenza (coefficiente. angolare) e intercetta (ordinata all'origine) in un grafico. b. Calcolare il valore di una funzione in un punto. c. Calcolare il valore di una funzione in un punto (come processo inverso attraverso la soluzione di un'equazione) – determinare lo zero di una funzione lineare. d. Determinare il segno di una funzione lineare.	e quindi aumenta del 44%. Risposta corretta: a. B b. 1 c. $-\frac{1}{3}$ d. $x > x > -\frac{1}{3}$ oppure qualunque rappresentazione dell'intervallo aperto]- $\frac{1}{3}$, $+\infty$ [Commento Per rispondere correttamente al primo item è sufficiente che gli
Grafico 1	Grafico 2	PROCESSO PREVALENTE a, d: Conoscere diverse forme di rappresentazione e passare da una all'altra. b, c: Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure. Indicazioni Nazionali e Linee Guida Le funzioni e la loro rappresentazione	studenti riconoscano gli effetti che hanno la pendenza e l'intercetta di una funzione lineare sul suo grafico. Osservare che la pendenza è positiva porta immediatamente a escludere che la risposta esatta possa trovarsi fra le opzioni C e D. Osservare che







Domanda	Caratteristiche							Descrizione e commento
D9. Su una risma di carta di fogli di formato A4 è scritto: 80 g/m² (cioè 80 grammi al metro quadrato);	AM Nun		PREVAL	ENTE	E			Risposta corretta: C
•	Num SCC Corr pesco PRC Ricco misu strui stim Indi Ope Valu Utili appri RIS G L T	DPO DI relare le p. È un e DCESS pnoscere urabile menti are mis razioni utare l' izzare rossima SULTA Item D9 D9 D9	e dimensi esercizio si O PREV. e in con di ogget di misu ure di gra con nu ordine di corretta.	OMAN ioni di sulla de ALEN itti e f ra, m indezze idi e Li imeri i gran mente CAMI A 30,2 27,4 31,0 34,3	IDA i un ogensità. TE diversi ènome isurare e. nee Gu interi dezza il PIONE Opz B 20,0 17,4 20,5 23,8	il ca ni, uti e gran nida e raz dei ri. concet	rattere lizzare ndezze, gionali. sultati. to di D 9,1 7,0 8,8	C Commento La domanda richiede la stima di una massa. È possibile che gli studenti possano escludere le opzioni A e D, ma difficilmente l'asperienza che hanno con i fogli
								5 g.



Domanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
D10. Se il solido S viene fatto ruotare,		Risposta corretta:
s	Spazio e figure D)
	SCOPO DELLA DOMANDA	Commento
		La domanda richiede competenze
quale tra le seguenti configurazioni <u>non</u> può assumere?	spazio.	li visualizzazione nello spazio.
	PROCESSO PREVALENTE	
\bigcirc \bigcirc	Riconoscere le forme nello spazio e utilizzarle	
	per la risoluzione di problemi geometrici o di	
	modellizzazione.	
	Indicazioni Nazionali e Linee Guida	
Figura 1 Figura 2	Confrontare e analizzare figure geometriche,	
	individuando invarianti e relazioni.	
	DIGIN WATER DEV. CAMPIONE	
	RISULTATI DEL CAMPIONE Manc. Opzioni	
	Item Risp. A B C D	
→	G D10 1,9 9,7 10,2 17,3 60,9	
Figura 3 Figura 4	L D10 2,3 8,5 9,3 16,9 63,1	
	T D10 1,5 9,6 9,6 15,6 63,7	
A. Figura 1	P D10 2,0 12,0 12,8 20,5 52,8	
B.	Macro processo: Interpretare	
C. 🗆 Figura 3		
D. Figura 4		



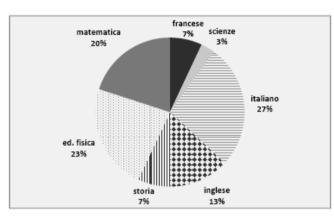
				Domanda			Carat	teristi	che			Descrizione e commento
D11.	Una fa	abbrica	utilizza	due diversi macchinari, M1 e M2, per produrre tondini.	AM	BITO P	REVAL	ENTE	Risposta corretta:			
				qualità uguale a 0,96 (cioè la probabilità che un tondino che esce da	Dati	i e previsi	ioni		a. A			
	M ₁ no	on sia di	fettoso	o è del 96%), mentre M₂ ha indice di qualità uguale a 0,98.	SCC	OPO DE	LLADO	MANI	b. B			
	a.	La pro	babilit	à che un tondino esca da M₂ difettoso è:		ndividuar						Commento
		Α.	П	0,02		etermina				nosta		L'item a si limita a testare la
		۸.		0,02			•			рови	•	competenza di lettura di un testo,
		В.		0,04		OCESSO						in quanto la risposta si determina
		C.	П	0,96		onoscere						calcolando semplicemente il
		C.		0,30		b. Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo						complementare a 1 di 0,98.
		D.		0,98		rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico,						L'item b invece ha un livello di
	Dec le configuration di Acadini contribit de la Referencia di Contribit del Contribit					ologico,				SCICI	itilico,	difficoltà notevolmente più alto e
	b.			zazione di tondini metallici, M_1 e M_2 lavorano in serie, cioè ogni e lavorato prima da M_1 e poi da M_2 .		icazioni l				ehi		richiede il calcolo della
		Supp	oniamo	che gli eventi "M ₁ produce un tondino <u>non</u> difettoso" e "M ₂ produce		ificato d					azioni	probabilità composta di due
				non difettoso" siano fra loro indipendenti; allora la probabilità che un sia difettoso alla fine del ciclo di produzione (cioè dopo essere stato	_	plici spa	-		1 1			
				i sia dilectoso alla lille del cicio di produzione (cioè dopo essere stato da M₁ che da M₂) è:		iunti,			$0.98 \cdot 0.96 = 0.9408 = 94.08\%$			
				•		pendenti.						
		A.	Ш	98%	RISULTATI DEL CAMPIONE							
		В.		94,08%		Item Manc. Opzioni						
				6%		Ittili	Risp.	A	В	C	D	
		C.		070	G	D11_a	2,7	69,0	7,5	4,1	16,7	
		D.		1,94%	L	D11_a	2,7	75,6	5,0	2,6	14,0	
					, T	D11_a	2,1	70,8	7,1	3,6	16,4	
					P	D11_a	3,7	54,4	12,5	7,6	21,9	
					Mac	cro proce	esso: Fo	rmula		•		
						Item	Manc.		Opzi			
						Ittili	Risp.	A	В	C	D	
					G	D11_b	6,4	33,5	26,3	14,6	19,2	
					L	D11_b	7,3	31,3	31,5	12,7	17,2	
					T	D11_b	5,3	35,2	25,5	15,1	18,9	
					P	D11_b	6,4	34,9		17,4		
					Mad	cro proce				, -	;-	



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Domanda

D12. In una scuola frequentata da 800 studenti si sceglie un campione di 300 studenti per un sondaggio sulla materia preferita. I risultati del sondaggio sono rappresentati nel seguente diagramma.



a. Qual è il numero di studenti del campione che <u>non</u> hanno indicato come materia preferita la matematica?

Risposta:

- b. Qual è la probabilità che uno studente, scelto a caso dal campione, abbia indicato come materia preferita la matematica?
 - A. \Box $\frac{1}{20}$
 - B. $\Box \frac{1}{15}$
 - c. $\Box \frac{1}{7}$
 - D. 🗆

Caratteristiche AMBITO PREVALENTE

Dati e previsioni

SCOPO DELLA DOMANDA

a. Calcolare un numero conoscendo la percentuale.

b. Individuare una probabilità.

PROCESSO PREVALENTE

a. Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure.

b. Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica.

Indicazioni Nazionali e Linee Guida

Rappresentazione e analisi dei dati. Significato della probabilità e sue valutazioni. Semplici spazi (discreti) di probabilità: eventi disgiunti, probabilità composta, eventi indipendenti. Probabilità e frequenza.

RISULTATI DEL CAMPIONE

	RISCETITIE CHANTONE										
	Item	Mancata risposta	Errata	Corretta							
G	D12_a	11,8	43,0	45,2							
L	D12_a	8,3	38,1	53,6							
T	D12_a	10,0	41,4	48,6							
P	D12_a	20,6	54,1	25,3							

Macro processo: Interpretare

	Item	Manc.	Opzioni								
	Hein	Risp.	A	В	C	D					
G	D12_b	3,9	25,3	10,6	20,2	39,9					
L	D12_b	3,7	19,8	9,5	17,3	49,6					
T	D12_b	3,4	25,3	10,7	21,3	39,3					
P	D12_b	4,9	35,2	12,5	24,2	23,2					

Macro processo: Interpretare

Descrizione e commento

Risposta corretta:

a. 240

b. D

Commento

Per rispondere correttamente all'item a è possibile calcolare la percentuale di studenti che non hanno indicato come materia preferita la matematica e moltiplicare tale percentuale per il numero di studenti del campione: $0.80 \cdot 300 = 240$.

Studenti poco attenti alle informazioni contenute nel testo potrebbero utilizzare, scorrettamente, come dati, quelli dell'intera popolazione (800 studenti) oppure la percentuale degli studenti che hanno scelto matematica (20%).

Gli studenti possono rispondere all'item b passando dalla rappresentazione sotto forma di percentuale (20%) a quella sotto forma di frazione (1/5) oppure determinando il numero di studenti del campione che, in base alle informazioni fornite, hanno indicato come materia preferita la matematica (60) e, infine, passare al rapporto 60/300 = 1/5.



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Domanda Caratteristiche Descrizione e commento AMBITO PREVALENTE Risposta corretta: D13. Ricorda che la lunghezza di una circonferenza si calcola moltiplicando il suo diametro per π e che l'area di un cerchio si ottiene moltiplicando il quadrato del suo raggio per π . Spazio e figure **a.** B Quattro circonferenze, ciascuna con diametro 10 cm, sono tangenti a due a due come **b.** $100 - 25\pi$ SCOPO DELLA DOMANDA mostrato nella seguente figura. accettabile anche 21.5 oppure un a. Determinare un' adeguata strategia per qualunque numero decimale individuare la misura del perimetro di una compreso tra 21.4 e 22.5 figura non standard. (estremi inclusi). b. Determinare un' adeguata strategia per individuare la misura della superficie di una figura non standard. Commento Gli studenti possono rispondere PROCESSO PREVALENTE all'item a osservando che il a. Risolvere problemi utilizzando strategie in perimetro della regione ambiti diversi - numerico, geometrico, Il perimetro della regione evidenziata in grigio misura in centimetri: evidenziata in grigio è uguale alla algebrico. lunghezza di una 20π **b.** Riconoscere in contesti diversi il carattere circonferenze di raggio 5 cm, misurabile di oggetti e fenomeni, utilizzare quindi 10π . strumenti di misura, misurare grandezze, Analogamente, per rispondere stimare misure di grandezze. all'item b possono notare che Indicazioni Nazionali e Linee Guida l'area della regione evidenziata in Fondamenti di geometria euclidea grigio può ottenersi come La superficie della regione evidenziata in grigio misura cm² Porre, analizzare e risolvere problemi del differenza fra l'area del quadrato piano e dello spazio utilizzando le proprietà di lato 10cm e l'area del cerchio delle figure geometriche. Circonferenza e di raggio 5 cm, quindi cerchio. $100 - 25\pi$ RISULTATI DEL CAMPIONE **Opzioni** Manc. Item Risp. D \mathbf{A} В G D13 a 9.8 17.5 44.3 13,8 14.6 D13 a 8.6 13.9 55.9 11.1 10.6 17,9 14,6 15,5 D13 a 10,0 42,0

23,4

11.9

Macro processo: Utilizzare

D13 a

26,7

17,5

20,6



			Domanda	Caratteristiche							Descrizione e commento
					Item	Manca rispos		Errata	Cor	retta	
				G	D13_b	41,7		45,2	13	3,2	
				L	D13_b	34,4		45,0	20),7	
				T	D13_b	43,1		46,8	10),1	
				P	D13_b	52,9	1	43,2	3	,9	
						cesso: U					
D14.	Un a	utomob	ilista percorre i primi 120 km di un certo percorso alla velocità media di 60			PREVAL	ENTI	Ξ			Risposta corretta:
			cessivi 120 km alla velocità media di 120 km/h.	Dati	i e previs	sioni					В
	Qual	e la sua	velocità media durante l'intero percorso?	SCO	OPO DE	ELLA DO	OMAN	NDA			Commento
	A.		70 km/h	Cal	colare	una me	edia	diversa	da	quella	Il calcolo della velocità media può
	В.		80 km/h	aritı	netica.						essere effettuato a mente:
				PRO	OCESSO	O PREV	ALEN	ITE			l'automobilista, infatti, compie il
	C.	Ш	90 km/h			oroblemi					primo tragitto in 2 ore (120 km alla velocità media di 60km/h) e il
	D.		100 km/h			rersi –	num	erico,	geom	etrico,	secondo tragitto in 1 ora (120 km
				alge	brico.						alla velocità media di 120 km/h).
				Ind	icazioni	Naziona	li e Li	nee Gu	ida		In tutto impiega quindi 3 ore a
						valori i	medi	e alcun	e mis	ure di	percorrere 240 km. Quindi
				vari	abilità.						80km/h.
				RIS	SULTA	TI DEL	CAM	PIONE			Un altro modo di rispondere è
					Item	Manc.		Opzi			quello di effettuare direttamente una media pesata:
						Risp.	A	В	C	D	(60.2 + 120.1)/3 = 80 km/h.
				G	D14	3,4	6,6	16,2	67,7	6,1	Il distrattore C potrebbe essere
				L	D14	3,4	4,9	15,9	71,8	4,0	quello maggiormente scelto dagli
				T	D14	2,7	5,7	13,8	73,2	4,6	studenti: esso è infatti la media
				P	D14	4,4	11,0	20,1	52,6	11,9	aritmetica dei due dati, 60 km/h e
				Mac	cro proc	esso: F	ormu	lare			120 km/h.
											La domanda può consentire un'utile riflessione sul fatto che,
											in generale, la velocità media di



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Domanda D15. Il punto P in figura ha coordinate (- 3; 1). Segna sulla figura il punto Q, simmetrico di P rispetto alla retta a. Poi segna il punto R, simmetrico di Q rispetto alla retta b. Quali sono le coordinate del punto R? (-7;1)(1;7)(7;1)

(-1;7)

AMBITO PREVALENTE

Spazio e figure

SCOPO DELLA DOMANDA:

a, b. Disegnare il punto simmetrico rispetto ad una retta utilizzando il quadrettato del piano cartesiano e fornirne le sue coordinate

Caratteristiche

PROCESSO PREVALENTE

a, b. Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure.

Indicazioni Nazionali e Linee Guida

Il metodo delle coordinate: il piano cartesiano. Le principali trasformazioni geometriche.

RISULTATI DEL CAMPIONE

	Item	Mancata risposta	Errata	Corretta
G	D15_a	42,3	26,8	30,9
L	D15_a	29,0	26,2	44,8
T	D15_a	45,3	27,2	27,5
P	D15_a	62,2	27,2	10,6

Macro processo: Utilizzare

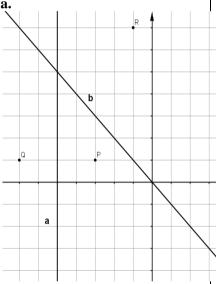
	Item	Manc.		Opz	ioni	
	Hein	Risp.	A	В	C	D
G	D15_b	18,7	17,5	11,6	9,9	42,3
L	D15_b	15,7	12,8	9,7	8,2	53,7
T	D15_b	19,5	18,8	11,6	10,0	40,0
P	D15_b	23,0	24,1	15,2	12,8	24,9

Macro processo: Utilizzare

Descrizione e commento due velocità non è uguale alla loro media aritmetica.

Risposta corretta:

a.



b. D

Commento

Per rispondere correttamente all'item a è sufficiente un'attenta lettura del testo e la conoscenza di come una simmetria assiale agisce su un punto del piano.

L'item b richiede la competenza di individuare le coordinate di un punto sul piano cartesiano.



		Domanda					Caratte	ristiche		Descrizione e commento		
D16.	lr	ndica se ciascuna delle seguenti proposizioni è vera (V) o falsa (F).				IBITO F	PREVALEN			Risposta corretta:		
			V	F	Riconoscere la verità di implicazioni logiche					b. V		
a.		Se un numero è pari allora è multiplo di 4								c. V d. F		
b.		Se un numero è multiplo di 9 allora è multiplo di 3					O PREVAL	ENTE		Commento		
c.		Un numero è multiplo di 6 solo se è pari			Uti		forme tipic		ragionamento	Per rispondere correttamente agli item della domanda gli studenti devono avere compreso il		
d.		Un numero è multiplo di 5 se e solo se è multiplo di 10					nazionali e			significato delle possibili		
					Op	erare coi	della strutti i i numeri in FI DEL CA	teri.		implicazioni logiche tra due proposizioni A e B (A è condizione solo sufficiente, oppure solo necessaria, oppure		
							Mancata		ZIONI	necessaria e sufficiente o, infine,		
						Item	risposta	VERO	FALSO	né necessaria né sufficiente per B)		
					G	D16_a	1,3	29,5	69,2	e conoscere alcune proprietà di		
					G	210_4	1,1	89,3	9,6	aritmetica elementare relative ai multipli di un numero naturale.		
					G	D16_c	1,4	71,1	27,5	Per rispondere all'item a è		
					G		1,6	19,4	79,1	sufficiente osservare, per		
					L	D16 a	1,1	21,1	77,8	esempio, che 6 è pari ma non è multiplo di 4; per rispondere		
					L	D16 b	0,9	92,4	6,7	all'item b basta osservare che 9 è		
					L	D16_c	1,3	77,1	21,7	divisibile per 3; per l'item c la		
					L	D16_d	1,3	13,2	85,5	difficoltà è prevalentemente sul		
					T	D16_a	1,1	29,8	69,1	piano logico: occorre riconoscere che la proposizione è equivalente		
					 	D16_b	0,9	89,8	9,3	a "se un numero è multiplo di 6		
						D16_c		71,3	27,6	allora è pari"; l'item d richiede il		
						D16_d	1,3	18,7	80,0	riconoscimento di una doppia implicazione. Occorre quindi		
						DIU_U	1,5	10,7	00,0	verificare la verità di due		



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

	1					
Domanda			Caratte	ristiche		Descrizione e commento
	P P	D16_a D16_b	1,9 1,8	44,3 83,0	53,8 15,2	implicazioni: "se un numero è multiplo di 10 è divisibile per 5" e "se un numero è divisibile per 5
	P	D16 c	2,0	60,1	38,0	allora è divisibile per 10".
	P	D16 d	2,4	31,7	65,9	anora o arribrono por ro
	Ma	_	cesso: Utili	/	05,7	
D17. Considera il quadrato ABCD il cui lato misura 6 cm. AE e FC misurano ciascuno 2 cm.			PREVALEN			Risposta corretta:
DFC	Spa	zio e fig	ure			12
	Calo		CLLA DOM 'area di una		oosizione non	studenti possono seguire due
	Riso amb	olvere p	O PREVAL problemi ut rersi – n	ilizzando	strategie: a) Riconoscere che <i>AECF</i> è un parallelogramma di base <i>AE</i> e altezza relativa <i>CB</i> . Quindi l'area, in	
A E			nazionali e			centimetri quadrati, è data
O					li grandezze volume delle	
Quanto misura la superficie del quadrilatero AECF?	_		-		votume dette piano e dello	quadrilatero AECF come
Risposta:cm ²	spa		5 0 600	in terre diet j	p. 1.1.1.0 C 0.1.0.1.0	differenza fra l'area del
	l Î		ΓΙ DEL CA	quadrato <i>ABCD</i> e la		
		Item	Mancata	Errata	Corretta	somma delle aree dei
			risposta			triangoli rettangoli <i>EBC</i> e
	G	D17	22,4	49,1	28,5	ADF: in centimetri quadrati, $36 - 24 = 12$.
	L	D17	17,9	43,9	38,2	quauran, 30 – 24 – 12.
	T	D17	22,9	52,4	24,7	
	P	D17	30,1	53,9	16,1	

Macro processo: Utilizzare



			Domanda				Caratte	ristiche		Descrizione e commento
D18.	plastica) preved	e di una città, il calendario della raccolt le che la raccolta della carta avvenga ogni	i 28 giorni, quella del vetro ogni	AM l Num		PREVALEN	ITE		Risposta corretta: 84
	_	ni e quel etro e pl	lla della plastica ogni 14 giorni. Oggi sonc astica.	o state effettuate le raccolte di			CLLA DOM mcm per ris	Commento Il risultato corrisponde al minimo		
La prossima volta in cui la raccolta di carta, vetro e plastica verrà fatta contemporaneamente sarà tragiorni.					Riso amb	lvere p	O PREVAL problemi ut rersi – n	ilizzando	comune multiplo di (28;21;14). Si tratta di un classico esercizi che gli studenti sono abituati a affrontare fin dalla scuol secondaria di primo grado.	
					I nur Le o prop	meri nat operazio orietà.	nazionali e turali, interi. oni con i n FI DEL CA	umeri inte	eri e le loro	secondaria di primo grado.
					KIS	Item	Mancata risposta	Errata	Corretta	
					G	D18	23,2	47,4	29,3	
					L	D18	21,2	40,6	38,1	
					T	D18	21,6	48,7	29,7	
					P	D18	29,1 cesso: Forr	58,0	12,9	
D19.	Nell'ii	nsieme	dei numeri reali, la disequazione	x² >0 è verificata		BITO P	PREVALEN			Risposta corretta: A
	A.		per ogni <i>x</i> ≠ 0		SCC	DO DE	LLA DOM	ANDA		Commento
	В.		per ogni x		Cont	trollare	la soluzione	e di una d	disequazione;	La domanda rientra in quelle ch tipicamente si pongono nell
C. Solo per ogni x < 0					posit			1		prassi didattica. I distrattori B e I dovrebbero risultar
	D.		solo per ogni x > 0		Cone				nuti specifici	particolarmente attraenti pe



Domanda			Carat	tterist	iche			Descrizione e commento
								controllo quelli messi a
	Indi	icazion	i nazional	i e Liı	nee Gui	da		disposizione dai registri numerico
	Risc	olvere e	quazioni (e diseq	uazioni	di p	rimo e	e grafico. Riteniamo, invece, che
	seco	ondo gr	ado.					studenti abituati a lavorare, per la
								risoluzione delle disequazioni,
	RIS	SULTA	TI DEL	CAMP	IONE			anche nel registro di
		Item	Manc.		Opzi	oni		rappresentazione grafica
			Risp.	A	В	C	D	dovrebbero avere maggiori
	G	D19	5,7	45,3	16,2	5,4	27,3	possibilità di individuare la
	L	D19	4,1	55,3	16,2	3,2	21,2	risposta corretta.
	T	D19	5,6	42,9	15,3	5,4	30,8	
	P	D19	8,8	30,8	17,6	9,3	33,4	
	Mad	cro pro	cesso: U	tilizzaı	re			



		Domanda			Caratt	eristi	iche			Descrizione e commento
D20.	La seg	uente tabella riporta il numero di vittime per incidenti stradali dal 2001 al 2007 in	AM	BITO P	REVALE	NTE				Risposta corretta:
		gione italiana.	Dati	e previs	ioni					a. B
		A 2004 2003 2004 2005 2007	SCC	PO DE	LLA DO	MAN		b. (531-792)/792 · 100		
		Anno 2001 2002 2003 2004 2005 2006 2007 Numero di vittime 792 776 700 681 635 539 531	a.R	icavare i	nformazio	ni da	una tab	ella.		oppure (792-531)/792 100
		(Fonte: Eurostat, Regional Transport Statistics)	b. F	Ricavare	informazi	ioni (da una	tabe	lla per	oppure 100 – 531/792 · 100
					variazion			e.		oppure 531/792 · 100 -100
	a.	In quale dei seguenti periodi si è avuta la diminuzione più consistente del numero di vittime per incidenti stradali?	PRO	CESSO	PREVA:	LEN	ГЕ			oppure (792-531)/792 che
			a,		Itilizzare				elli e	equivale al 33% circa
		A.			ioni nel					Risultato: va bene un qualunque
		B.		informaz			nbito	scie	ntifico,	numero compreso tra 32% e 33%
		b.			economic					(oppure tra -33% e -32%) oppure,
		C.			nazionali					espresso in forma decimale, tra
		D.			rganizzazi					0,32 e 0,33 (oppure tra -0,33 e -
		b. 🗀 ((a)) 2004 e () 2003			i di freque				-	0,32)
	b.	Di quale percentuale è diminuito il numero di vittime per incidenti stradali dal			e princi	-				
		2001 al 2007?	graf	iche. Val	ori medi e	misu	re di vo	ariabi	lità.	Commento
		Scrivi i calcoli che fai per trovare la risposta e infine riporta il risultato.	RIS	ULTAT	I DEL CA	MPI	ONE			L'item a richiede di determinare
				Item	Manc.		Opz	ioni		variazioni assolute e confrontarle fra loro.
				Hein	Risp.	A	В	C	D	L'item b è un classico esercizio di
			G	D20_a	2,6	7,0	63,2	5,2	22,1	calcolo di variazioni percentuali.
		Risultato:	L	D20_a	2,4	5,5	72,3	4,0	15,9	Come indicato nella risposta
			Т	D20_a	2,0	7,0	65,0	4,8	21,2	corretta, il calcolo può essere
			P	D20 a	3,7	9,6	44,0	8,1	34,6	effettuato in diversi modi.
			Mag	_	esso: Uti			- /	- /-	errottaate in arverst mear.
				Item	Mancata		rrata	Cori	retta	
					risposta					
			G	D20_b	51,1		34,2	14	4,6	
			L	D20_b	44,4		35,1	20	0,5	
			Т	D20_b	49,3		36,0	14	4,7	
			P	D20_b	66,0		30,1	3	3,9	
			Mac	ro proce	esso. Iltil	izzar	Δ			



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Domanda D21. Osserva la seguente figura.

Le coordinate di A sono (– 3; 0) e l'area del triangolo AOB è 9. Quale fra le seguenti equazioni rappresenta la retta *r*?

B.
$$\Box$$
 $y = -2x - 6$

D.
$$y = -3x - 9$$

Caratteristiche AMBITO PREVALENTE

Spazio e figure

SCOPO DELLA DOMANDA

Individuare le coordinate di un punto e riconoscerne l'appartenenza a una retta.

PROCESSO PREVALENTE

Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica.

Indicazioni nazionali e Linee Guida

Il metodo delle coordinate: il piano cartesiano.

RISULTATI DEL CAMPIONE

	Item	Manc.	Opzioni									
		Risp.	A	В	C	D						
G	D21	7,7	28,4	9,5	25,1	29,3						
L	D21	7,9	36,9	9,4	21,2	24,7						
T	D21	7,8	24,5	9,4	27,3	31,0						
P	D21	7,4	18,6	9,7	29,2	35,0						

Macro processo: Utilizzare

Descrizione e commento Risposta corretta:

A

Commento

Gli studenti che conoscono il significato grafico-geometrico del termine q nell'equazione v =px+qpossono scartare immediatamente le opzioni B e D. Una verifica numerica porta a scartare il caso in cui il punto B possa avere ordinata 9 o a verificare la correttezza dell'ipotesi che il punto B abbia ordinata 6.



	Domanda			Caratte	ristiche		Descrizione e commento
D22.	L'ISTAT, nelle "Previsioni della popolazione italiana per l'Anno 2020", prevede che in quell'anno i quindicenni italiani saranno circa 592 000, cioè lo 0,95% della popolazione italiana del 2020. Calcola qual è, secondo l'ISTAT, il numero stimato di italiani nel 2020. Esprimi il risultato con un numero intero.	Nun SCO Trov	neri OPO DE	REVALEN LLA DOM numero di	ANDA	conosce la	Risposta corretta: circa 62 316 000 va bene qualunque numero intero compreso tra 62 315 000 e 62 316 000.
	Risposta:	Con Indi Ope valu Rap	oscere e cazioni rare con tare l'o porti. Pe	D PREVAL utilizzare al nazionali e i i numeri interdine di gi ercentuali. A	goritmi e j Linee Gu teri e razio randezza pprossima	nida onali e dei risultati. uzioni.	Commento: Si tratta di un classico problema con le percentuali in cui si richiede di fornire una stima espressa con un numero intero.
		KIS	Item	Mancata risposta	Errata	Corretta	
		G	D22	41,0	34,2	24,8	
		T	D22 D22	34,3 37,1	32,2 36,5	33,5 26,3	
		P Ma	D22 cro pro	58,6 cesso: Utiliz	34,6 zzare	6,8	



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

30.3

Macro processo: Formulare

Descrizione e commento Domanda Caratteristiche D23. Un solido S è ottenuto incollando uno sopra l'altro due cubi come mostra la seguente AMBITO PREVALENTE Risposta corretta: figura: Relazioni e funzioni B SCOPO DELLA DOMANDA Commento Individuare l'espressione algebrica La superficie di cui si richiede di corrisponde alla superficie di un solido. determinare l'area è formata da 5 PROCESSO PREVALENTE facce del cubo di lato a, da 5 Riconoscere le forme nello spazio e utilizzarle facce del cubo di lato b e dalla per la risoluzione di problemi geometrici o di differenza fra una faccia del cubo Quale delle seguenti espressioni esprime l'area della superficie totale del solido S? modellizzazione. di lato a e una faccia del cubo di $5a^{2} + 4b^{2}$ lato b. È possibile semplificare il Indicazioni nazionali e Linee Guida calcolo notando che calcolare Le funzioni e la loro rappresentazione $6a^2 + 4b^2$ l'area di questa superficie (numerica, grafica, funzionale). equivale a calcolare la superficie Le espressioni letterali e i polinomi. totale del cubo di lato a (cioè $6a^2$) Operazioni con i polinomi. $6a^{2} + 6b^{2}$ e addizionare a questa superficie RISULTATI DEL CAMPIONE la l'area di quattro facce del cubo Item Manc. **Opzioni** di lato $b (4b^2)$. Risp. В \mathbf{C} D \mathbf{A} Il distrattore D intercetta chi 32,5 6,8 28,3 27,8 G D23 4,5 addiziona semplicemente 5,3 28,6 32,7 29,2 superfici dei due cubi senza **D23** 4.2 considerare che il più piccolo **D23** 6,7 26,5 27,6 35,1 T 4,1 appoggia sul più grande. **D23** 5.6 9.7 19,4 35.0



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

			Domanda			Caratter	istiche		Descrizione e commento
D24.			ella figura c'è un quadrato nero Q. Il quadrato è circondato da una prima ca formata da 8 quadrati tutti uguali a Q e da una seconda cornice grigia.	AM Nun		REVALEN'			RISPOSTA CORRETTA:
	Immag	gina cl	ne la figura si estenda con successive cornici (terza, quarta, ecc.) sempre quadrati tutti uguali a Q.	SCC a . In b . In	OPO DE dividuar ndividuar	LLA DOMA e una strateg re una regola li quadrati.	gia di conte	eggio. successione	b. Non è possibile ottenere una cornice di 70 quadrati, perché 70 non è un multiplo di 8. Accettabili risposte che equivalgano ad affermare che il
	a.		iti sono i quadrati della quarta comice?	a . proc b .	Conos edure. Utilizzar	PREVALI scere e ut re forme t	ilizzare	algoritmi e el pensiero	numero di quadrati è uguale a 8n dove n è il numero d'ordine della cornice. Accettabili anche risposte che
	b.	corni	continua a estendere la figura nello stesso modo, è possibile ottenere una ce formata da 70 quadrati tutti uguali a Q? i una delle due risposte e completa la frase. È possibile ottenere una cornice di 70 quadrati perché	Indi Con Le d	oscenza e	nazionali e l della struttu ni con i nun	ra dei num		facciano uso di formule algebriche equivalenti a 8 <i>n</i> . Accettabili anche risposte che calcolino i quadrati della ottava (64) e nona cornice (72) e che
			Non è possibile ottenere una cornice di 70 quadrati perché	G	SULTAT Item D24_a	Mancata risposta 6,3	MPIONE Errata 54,4	Corretta 39,4	quindi concludano che non è possibile. Commento All'item a si può rispondere
				G	D24_a D24_b	19,5	29,7	50,9	anche continuando il disegno
				L	D24_a D24_b	3,9 14,8	51,5 26,9	44,6 58,3	delle cornici e contando direttamente il numero di quadrati.
				T	D24_a	5,3	55,0	39,7	În linea di principio ciò può
				T P	D24_b D24_a	18,2 11,9	29,5 58,8	52,4 29,3	essere fatto anche per rispondere all'item b anche se la strategia in
				P	D24_b	29,8	35,0	35,1	questo caso diventa particolarmente dispendiosa in
					cro proc Formula	esso: are; b) Utili	zzare		termini di tempo impiegato. Ci si attende quindi che chi risponde correttamente all'item b dimostri

competenze

di

possedere



Don	nanda	Caratteristiche	Descrizione e commento
			nell'osservare e scoprire regolarità. In questo caso la scoperta può essere legata alla messa in opera di adeguate strategie di conteggio, oppure semplicemente all'osservazione che tutte le cornici fino a quel momento considerate contengono un numero di quadrati che è multiplo di 8. Lo studente può quindi essere indotto alla congettura che ciò sia vero in generale e, anche senza verificare la correttezza della congettura, può così rispondere correttamente alla domanda.
D25 Quale tra le seguenti seguenz	e di numeri è ordinata in modo crescente?	AMBITO PREVALENTE	Risposta corretta:
		Numeri	A •
A. \Box -10^4 , $-4 \cdot 10^{-4}$, \Box B. \Box $-4 \cdot 10^{-4}$, -10^4 , \Box C. \Box -10^4 , 10^{-4} , $\frac{1}{10^{-4}}$	$\frac{1}{10^{-4}}, 10^{-4}$ $., -4 \cdot 10^{-4}$	SCOPO DELLA DOMANDA Ordinare numeri rappresentati come potenze. PROCESSO PREVALENTE Conoscere e utilizzare algoritmi e procedure.	Commento Si tratta di una tipologia di domanda che fa parte ormai della tradizione delle prove INVALSI nei diversi livelli scolari: individuare, fra diverse sequenze
D.	10 ⁻⁴ , $\frac{1}{10^{-4}}$	Indicazioni Nazionali e Linee Guida I numeri naturali, interi, razionali, sotto forma frazionaria e decimale. Ordinamento dei numeri e loro rappresentazione su una retta. Le operazioni con i numeri interi e razionali e le loro proprietà. RISULTATI DEL CAMPIONE	numeriche, quella che è ordinata in senso crescente o decrescente. In questo caso le difficoltà non sono indifferenti, perché gli studenti devono gestire i problemi legati alla rappresentazione dei numeri sotto forma di potenza con esponenti negativi e alla presenza



Domanda			Cara	tteris	tiche			Descrizione e commento
		Item	Manc.		Opz	ioni		di due numeri negativi.
			Risp.	A	В	C	D	L'osservazione che la sequenza C
	G	D25	7,4	25,2	25,2	19,9	22,3	presenta in ultima posizione un
	L	D25	8,0	29,0	23,7	16,6	22,6	numero negativo può portare
	T	D25	6,5	23,6	26,9	20,2	1	immediatamente a escludere
	P	D25						questa sequenza. Anche la
			7,7	20,4	25,4	25,6	20,9	sequenza B potrebbe essere
	Mac	cro pro	cesso: U	tilizza	re			immediatamente esclusa notando
								che 1/10 ⁻⁴ è uguale a 10 ⁴ e quindi
								deve stare in ultima posizione.
								Infine è possibile escludere la
								sequenza D notando che – 10 ⁴ è
								il numero minore fra tutti i numeri
								presenti nelle varie sequenze e
								quindi deve comparire per primo
								nella sequenza corretta.
								In realtà anche solo
								l'osservazione che -10^4 è il
								numero minore e 1/10 ⁻⁴ il
								maggiore, porta a concludere che
								la sequenza A è quella ordinata in
								senso crescente.



				Dames da			<u>C4</u>	4 2 4 5	-1			D
				Domanda	A N /	DITO D	Carat		cne			Descrizione e commento
D26.				nosa puntiforme è posta nel vuoto. I è l'intensità luminosa misurata a lla sorgente. Il prodotto fra l'intensità luminosa I e il quadrato della		(BITO P) azioni e f		ENIE				Risposta corretta: a. C
				rgente è uguale a una costante k.	Kela	azioni e i	unziom					a. C b. D
					SCO	OPO DE	LLA DO	MAN:	DA			0. D
	a.	Qual	le tra le	seguenti formule esprime la relazione tra I e r?		Γradurre	dal ling	uaggio	natur	ale a	quello	Commento
		A.		$\frac{1}{r^2} = k$	_	brico.						Il primo item richiede una
				7.57		opo aver						competenza di conversione dal
		В.		$\left(\frac{I}{r}\right)^2 = k$		orzional			-		minare	registro della lingua naturale nel
					com	ne il raddo	oppiare d	i r infl	uisce s	u <i>I</i> .		linguaggio simbolico,
		C.		$l \cdot r^2 = k$	PRO	OCESSO	PREVA	ALEN'	ГЕ			riconoscendo, fra diverse formule,
		D.		$(I \cdot r)^2 = k$	a . C	onoscere	diverse	forme	di rapp	resent	azione	quella che rappresenta una
					e pa	ssare da	una all'al	tra.				relazione espressa nel linguaggio naturale.
	b.	Se la	distan	za <i>r</i> raddoppia, allora l'intensità luminosa <i>l</i>	b . C	Conoscere	e utilizz	are alg	oritmi	e proc	edure.	Il secondo item appartiene ormai
		A.		diventa il doppio	Ind	icazioni l	Vazional	li e Lin	ee Gu	ehi		alla tradizione delle prove
		_		Provide the second		olvere pi					uso di	INVALSI e va a testare la
		В.	ш	diventa la metà		zioni, co			-			competenza degli studenti di
		C.		diventa il quadruplo		azioni di	_			-		riconoscere che in una funzione
				diversity our supplier		so la mod				-	1	del tipo $f(x) = k/x^2$ si ha che $f(2x)$
		D.		diventa un quarto	DI	SULTAT	TDEL (AMD	IONE			= f(x)/4.
					KI	Item	Manc.	ZAWIF.	Opz	ioni		
						Ittili	Risp.	A	В	C	D	
					G	D26 a	4,3	9,8	8,3	69,2	8,4	
					G	D26 b	4,9	30,6	33,7	13,7	17,1	
					L	D26_a	3,7	7,0	4,8	79,3	5,1	
					L	D26_b	4,8	27,0	32,9	14,0	21,3	!
					T	D26_a	3,5	10,5	7,5	70,8	7,7	
					T	D26_b	4,2	31,5	34,4	14,0	16,0	!
					Т	D26_a	6,2	13,9	16,0	48,7	15,3	
					P	D26 b	6,1	36,0	34,1	12,9	10,9	!
					Mac	cro proce			,	,	,	
						Formula		nterpr	etare			!



Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Domanda Caratteristiche Descrizione e commento AMBITO PREVALENTE Risposta corretta: D27. ABCD è un quadrato, il segmento EC è lungo 2 dm e il segmento EB è lungo 1 dm. Spazio e figure A SCOPO DELLA DOMANDA Commento Riconoscere e applicare il teorema di Pitagora. Il quesito richiede l'applicazione del teorema di Pitagora, già ben PROCESSO PREVALENTE. noto dalla scuola secondaria di Risolvere problemi utilizzando strategie in primo grado, per determinare la La superficie del quadrato ABCD misura ambiti diversi – numerico, geometrico, lunghezza del lato del quadrato. 3 dm² Una volta determinata algebrico. tale lunghezza ($\sqrt{3}$ 4 dm² dm), Indicazioni Nazionali e Linee Guida determinare l'area del quadrato 5 dm² Conoscere e usare misure di grandezze ABCD basta elevare $\sqrt{3}$ geometriche: perimetro, area delle principali $4\sqrt{3}$ dm² quadrato ottenendo la risposta A. figure geometriche del piano. Il distrattore C intercetta chi Teoremi di Euclide e di Pitagora. eventualmente sbaglia a usare il teorema di Pitagora calcolando la RISULTATI DEL CAMPIONE Item Manc. **Opzioni** misura di CB come $\sqrt{2^2+1^2}$ D Risp. В C A anziché $\sqrt{2^2-1^2}$. 24,5 22,4 13,7 35,0 G **D27** 4,5 Il distrattore B potrebbe attrarre 12,2 25,1 16,6 **D27** 3.8 42,4 chi pensa, guardando il disegno, **D27** 14,0 27,1 \mathbf{T} 4,5 24,0 30,4 che AB=2EB=2 cm. D27 5.5 28,1 15.9 30.5 19.9 Il distrattore D attrae chi confonde Macro processo: Utilizzare l'area del quadrato con il suo perimetro.



			Domanda	Caratteristiche							Descrizione e commento
D28.	Ungr	uppod	li biologi, perstimare quante trote ci sono in un lago, ne pesca 200 e, dopo	AM	BITO I	PREVAL	ENTE	2			Risposta corretta:
			ate, le rigetta nel lago.	Dati	e previ	isioni					C
			ne giomo, utilizzando la stessa rete, vengono pescate 720 trote e solo 12 di narcate.								
			este informazioni, quantetrote possiamo pensare che ci siano all'incirca nel	SCC	OPO DI	ELLA DO	OMAN	IDA			Commento
	lago?		,,,	Fare	una sti	ma su bas	se cam	pionari	a.		Gli studenti possono arrivare alla
A. D 2000											risposta corretta con la seguente
	Α.		2000			O PREV					proporzione:
	В.		9 000			e in cor					720:12=x:200
	c.		12 000			di ogget			-		Da cui $x = 720 \cdot 200/12 = 12000$.
	C.		12 000			di misu	,		grar	idezze,	Oppure è possibile calcolare
	D.		144 000	stım	are mis	ure di gra	indezze	e .			direttamente la frazione 720/12 e
								a			moltiplicarla per 200.
						i Naziona			iida		Analogamente è possibile ricavare
					•	roporzior					il risultato imponendo
					_	e, organiz	zzare (e rapp	resent	are un	l'uguaglianza $12/200 = 720/x$ da
				insie							cui $x = 720 \cdot 200/12$. Si tratta di un problema di
				di de	ан.						
				DI	STIT TA	TI DEL	САМЕ	PIONE	ı		proporzionalità che gli studenti sono abituati ad affrontare già
					Item	Manc.	CAMI	Opz			dalla scuola secondaria di primo
					1 tem	Risp.	A	B	С	D	grado. È però probabile che
				G	D28	7,4	21,7	18,8	36,3	15,8	possano incontrare qualche
				L	D28	9,3	20,1	18,3	40,3	12,0	difficoltà nell'accettare la
				T	D28	6,0	20,1	18,2	38,2	17,3	plausibilità dell'ipotesi del
				-						<u> </u>	modello di proporzionalità diretta.
				P D28 6,0 26,6 20,6 26,5 20,3						20,3	
				Mac	cro pro	cesso: F	ormul	are			
				1							



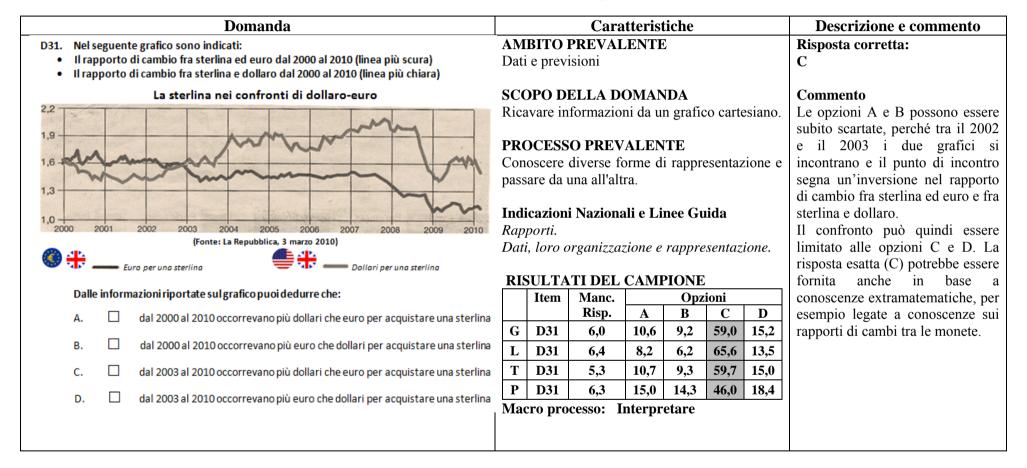
Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Descrizione e commento Domanda Caratteristiche AMBITO PREVALENTE Risposta corretta: D29. In figura è rappresentata una lampada con paralume e relative misure. Spazio e figure D SCOPO DELLA DOMANDA Commento 10 cm Si tratta di un classico problema Utilizzare la similitudine per risolvere un problema. di applicazione delle similitudini. $20\,cm$ $30\,cm$ Infatti è possibile impostare la proporzione x:20=40:10 da PROCESSO PREVALENTE cui si ottiene x = 80 cm Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi – numerico, In modo più diretto è possibile geometrico, Quanto misura il raggio x del cerchio di luce proiettato sul piano d'appoggio della algebrico. calcolare il rapporto lampada? similitudine 40/10 e, per ottenere 50 cm x, moltiplicare 20 per 4 ottenendo Indicazioni Nazionali e Linee Guida Porre, analizzare e risolvere problemi del 80 cm. 60 cm Il distrattore 60 cm cattura chi piano e dello spazio utilizzando le proprietà 70 cm delle figure geometriche oppure le proprietà di non tiene conto, nella misura del opportune trasformazioni. lato del triangolo rettangolo 80 cm grande, dei 10 cm di distanza tra la lampadina e la parte di RISULTATI DEL CAMPIONE **Opzioni** sostegno della lampadina che si Item Manc. В D trova entro il paralume. Risp. A C 30,6 13,5 33,4 G D29 8.7 13,8 26,1 13,5 D29 10.8 12,1 37.6 D29 7,6 13,3 31,9 14,2 33,0 \mathbf{T} D29 6.3 17,9 36.9 12.6 26.4 Macro processo: Formulare



	Domanda			Caratter	ristiche		Descrizione e commento
D30.	Marco vuole acquistare un nuovo motorino e un amico gli offre 400 euro per il vecchio.	AM	BITO P	REVALEN	TE		Risposta corretta:
	Due rivenditori gli fanno le seguenti offerte per lo stesso modello di motorino:	Nun	neri				A Marco conviene accettare
	Offerta A: prezzo di 2500 euro e il 10% di sconto se consegna al rivenditore il vecchio						l'offerta B e vendere il vecchio
	motorino.			LLA DOM			motorino all'amico.
	Offerta B: prezzo di 2950 euro, sul quale è praticato uno sconto del 20%.			•	li per val	utare offerte	Costo del motorino con l'offerta
	Che cosa conviene fare a Marco? Scegli una delle risposte e scrivi i calcoli che hai fatto	ecor	omiche.				A: $2500^{\circ} 0.90 = 2250$ (o anche
	per trovare la risposta corretta.	DD/) CECC	DDEXAL			$2500 - 2500 \cdot 0.1 = 2250$ o anche
	☐ A Marco conviene accettare l'offerta A consegnando al rivenditore il vecchio			PREVAL			2500 - 250 = 2250
	motorino.					strategie in	Costo del motorino con l'offerta B e vendendo il motorino
			nı aıv brico.	ersi – nı	umenco,	geometrico,	B e vendendo il motorino all'amico: 2950·0,8 = 2360 (o
		aige	orico.				anche 2950 – 2950 0,2 = 2360)
		Indi	cazioni	Nazionali e	Linee G	nida	2360 - 400 = 1960.
						e razionali e	2300 100 1900.
	☐ A Marco conviene accettare l'offerta B e vendere il vecchio motorino all'amico.		ro propi				Commento
				ercentuali. A	Approssim	azioni.	Si tratta di un classico problema
			· -				di confronto di costi in cui
		RIS	SULTA	TI DEL CA	MPIONE		intervengono calcoli con le
			Item	Mancata	Errata	Corretta	percentuali. Le conoscenze e le
		I		risposta			competenze richieste per
		G	D30	23,2	44,8	32,0	rispondere sono dello stesso
		L	D30	19,8	41,5	38,6	livello di quelle richieste per
		T	D30	19,9	45,9	34,1	problemi che gli studenti
		P	D30	33,8	49,1	17,1	incontrano già nella scuola secondaria di primo grado.
		Ma	cro pro	cesso: Inter	pretare		sccondaria di primo grado.







		Ι	Oomand	a					Carat	terist	iche			Descrizione e commento
D32. La se	guente	figura rapp	resenta u	ıno svi	luppo	piano di un cubo.		ITO Pl o e figu	REVAL l re	ENTE				Risposta corretta: C
Quali	o tra lo	saguanti co	2 1	3	4	6 5 se opposte del cubo	Ricon suo sv PRO	oscere viluppo CESSO	PREVA	oppost	e di ui			nello spazio.
A.		1 e 4	рріе е іоі	IIIata	ud Idcc	e opposte del cubo	per la		le forme zione di one.					
В. С.		2 e 5 3 e 5					Confr	ontare	Nazional ed anali	zzare j	igure	geome	triche,	
D.		4 e 6						JLTAT	invarian		IONE			
								Item	Manc. Risp.	A	Opz B	C	D	
							G	D32	3,1	6,4	18,2	65,1	7,3	
							L	D32	3,1	4,6	13,6	74,0	4,7	
							T	D32	2,7	5,9	18,4	66,5	6,5	
							D32	3,6	10,3	26,3	46,7	13,1	D32	
							Macr	o proce	esso: Fo	ormula	re			